

Na podstawie materiałów pobranych ze strony NowaEra
Agnieszka Kamińska
Dorota Ponczek

Wymagania edukacyjne MAteMAtyka 2 Zakres podstawowy



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.
Warszawa 2020

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych umiejętności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Podział ten należy traktować jedynie jako propozycję. Poniżej przedstawiamy wymagania dla zakresu rozszerzonego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych, a także rozszerzających i dopełniających pozwoli nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

1. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - p)^2 + q$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
• podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, wyznacza równanie osi symetrii paraboli
• przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
• przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji kwadratowej oraz opisuje jej własności
• wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu
• rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub stosując wzór skróconego mnożenia
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki w prostych przypadkach

<ul style="list-style-type: none"> • interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika a i wyróżnika Δ
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
<ul style="list-style-type: none"> • przedstawia trójkąt kwadratowy w postaci iloczynowej, jeśli taka postać istnieje
<ul style="list-style-type: none"> • odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje nierówność kwadratową w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisującą daną zależność i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równanie kwadratowe i nierówność kwadratową w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania dwukwadratowe
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równanie, które można sprowadzić do równania kwadratowego, np. stosując podstawienie $t = x , t \geq 0$
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza w trudniejszych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje równania kwadratowe do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, stosując równania kwadratowe

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • wyprowadza wzory na pierwiastki trójkątnu kwadratowego
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia związki między współczynnikami funkcji kwadratowej o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

2. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
<ul style="list-style-type: none"> • określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> • podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów

• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
• stosuje wzory na sześciąt sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciątów
• przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia
• rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
• rozwiązuje proste równanie wielomianowe
• podaje w prostych przypadkach przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastek
• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki; rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w prostych przypadkach
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
• stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$
• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
• rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$, stosując schemat Hornera
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące podzielności wielomianu
• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe, stosując twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu
• rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
• przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów

3. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
<ul style="list-style-type: none"> przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, wzdłuż osi OX albo wzdłuż osi OY, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> dobiera wzór funkcji do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
<ul style="list-style-type: none"> upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wymierne w prostych przypadkach, podaje i uwzględnia założenia
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$, gdzie $x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}$ i $a \neq 0$, i wyznacza równania jej asymptot
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
<ul style="list-style-type: none"> wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none"> określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek
<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> przekształca wzór funkcji danej w postaci $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ do postaci $f(x) = \frac{r}{x-p} + q$ oraz szkicuje jej wykres
<ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności

4. TRYGNOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30° , 45° , 60°
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$, $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a : $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
• oblicza pola czworokątów
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^\circ - \alpha$
• wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta; znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych
• stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta
• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
• uzasadnia związki miarowe w czworokątach
• dowodzi prawdziwości wzoru $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

5. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła
• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
• opisuje własności wielokątów foremnych
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
• stosuje wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ do obliczania pola trójkąta

<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
<ul style="list-style-type: none"> • bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie